

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**, **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, **escribe de forma ordenada y con letra clara**. Se permite el uso de calculadoras.

**Junio 99****Opción A**

**Ejercicio 1.** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida en la forma  $f(x) = 1 + x \cdot |x|$ .

(a) [1 punto] Halla la derivada de  $f$ .

(b) [0'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .

(c) [1 punto] Calcula  $\int_{-1}^2 xf(x)dx$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] De la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  se sabe que tiene un máximo relativo en  $x = 1$ , un punto de inflexión en  $(0,0)$  y que  $\int_0^1 f(x)dx = \frac{5}{4}$

Calcula  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .

**Ejercicio 3.** [2'5 puntos] Halla el punto del plano de ecuación  $x - z = 3$  que está más cerca del punto  $P = (3,1,4)$  así como la distancia entre el punto  $P$  y el plano dado.

**Ejercicio 4.-** Considera la matriz  $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 2a & -b & 3c \\ 3a & 0 & 4c \end{pmatrix}$  donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son no nulos.

(a) [1 punto] Determina el número de columnas de  $A$  que son linealmente independientes.

(b) [1'5 puntos] Calcula el rango de  $A$  y razona si dicha matriz tiene inversa.

**Junio 99****Opción B**

**Ejercicio 1.** (a) [1 punto] Dibuja la región limitada por la curva de ecuación  $y = x(3 - x)$ , y la recta de ecuación  $y = 2x - 2$ .

(b) [1'5 puntos] Halla el área de la región descrita en el apartado anterior.

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Dada la función  $f : (1,e] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$  (donde  $\ln(x)$  es el logaritmo neperiano de  $x$ ), determina cuál de las rectas tangentes a la gráfica de  $f$  tiene la máxima pendiente.

**Ejercicio 3.** Sean los vectores  $u = (-1,2,3)$ ,  $v = (2,5,-2)$ ,  $x = (4,1,3)$  y  $z = (4,1,-8)$ .

(a) [1 punto] ¿Se puede expresar  $x$  como combinación lineal de  $u$  y  $v$ ? Si es así, escribe dicha combinación lineal; si no es así, explica el porqué.

(b) [1 punto] ¿Se puede expresar  $z$  como combinación lineal de  $u$  y  $v$ ? Si es así, escribe dicha combinación lineal; si no es así, explica el porqué.

(c) [0'5 puntos] ¿Son  $u$ ,  $v$  y  $z$  linealmente independientes? Justifica la respuesta.

**Ejercicio 4.** (a) [2'5 puntos] Calcula un punto  $R$  de la recta  $s$  dada por  $s \equiv \begin{cases} x-y-5=0 \\ x-3y-z-7=0 \end{cases}$  que equidiste de los puntos  $P = (-1,0,-1)$  y  $Q = (2,1,1)$ .

(b) [0'5 puntos] Calcula el área del triángulo determinado por los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .